

做的功。

解：1) 系统内的应变能为 AB 及 AC 两杆内应变能之和，即 $V_\varepsilon = V_{\varepsilon 1} + V_{\varepsilon 2}$ 。由于杆系和载荷的对称性， $V_{\varepsilon 1} = V_{\varepsilon 2}$ 。于是

$$V_\varepsilon = 2 \times \frac{F_N^2 l}{2EA} = \frac{F_N^2 l}{EA}$$

代入数值得

$$V_\varepsilon = \frac{F_N^2 l}{EA} = \frac{2 \times (57.74 \times 10^3)^2}{2.1 \times 10^{11} \times \left[\frac{\pi}{4} \times (25 \times 10^{-3})^2 \right]} \text{N} \cdot \text{m} = 65 \text{N} \cdot \text{m}$$

2) 由 [例 8-10] 已求得 $\Delta_A = 1.3 \text{mm}$ ，所以外力所做的功

$$W = \frac{1}{2} F \Delta_A = \frac{1}{2} \times 100 \times 10^3 \times 1.3 \times 10^{-3} \text{N} \cdot \text{m} = 65 \text{N} \cdot \text{m}$$

第四节 材料在轴向拉压时的力学性能

材料的力学性能是指材料在外力作用下其强度和变形方面所表现的性能，它是强度计算和选用材料的重要依据。材料的力学性能一般是通过各种试验方法确定的。

一、低碳钢在拉伸时的力学性能

用普通低碳钢材料做一个拉力试样，在拉力试验机上做轴向拉伸试验。圆截面拉伸标准试样，试验段长度 l 为标距，两端为装夹部分，如图 8-19 所示。标距 l 与横截面直径 d 有两种比例： $l=10d$ （长试样）或 $l=5d$ （短试样）。对于矩形截面试样，标距 l 和横截面面积 A 的关系规定为 $l=11.3 \sqrt{A}$ 或 $l=5.65 \sqrt{A}$ 。

图 8-20 所示的材料试验机上的绘图装置能自动绘出载荷 F 与相应伸长变形的 Δl 关系曲



图 8-19 拉伸试样

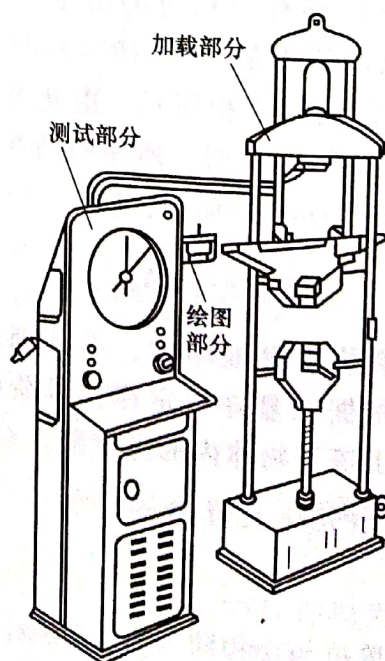


图 8-20 材料试验机



线, 该曲线称为力-伸长曲线或 $F-\Delta l$ 曲线 (图 8-21a)。力-伸长曲线的形状与试样的尺寸有关。为了消除试样横截面尺寸和长度的影响, 将载荷 F 除以试样原来的横截面面积 A , 将变形 Δl 除以试样原长标距 l , 即可得到以应力 σ 为纵坐标和以应变 ε 为横坐标的 $\sigma-\varepsilon$ 曲线, 称为应力-应变曲线。它的形状与力-伸长曲线相似 (图 8-21b)。

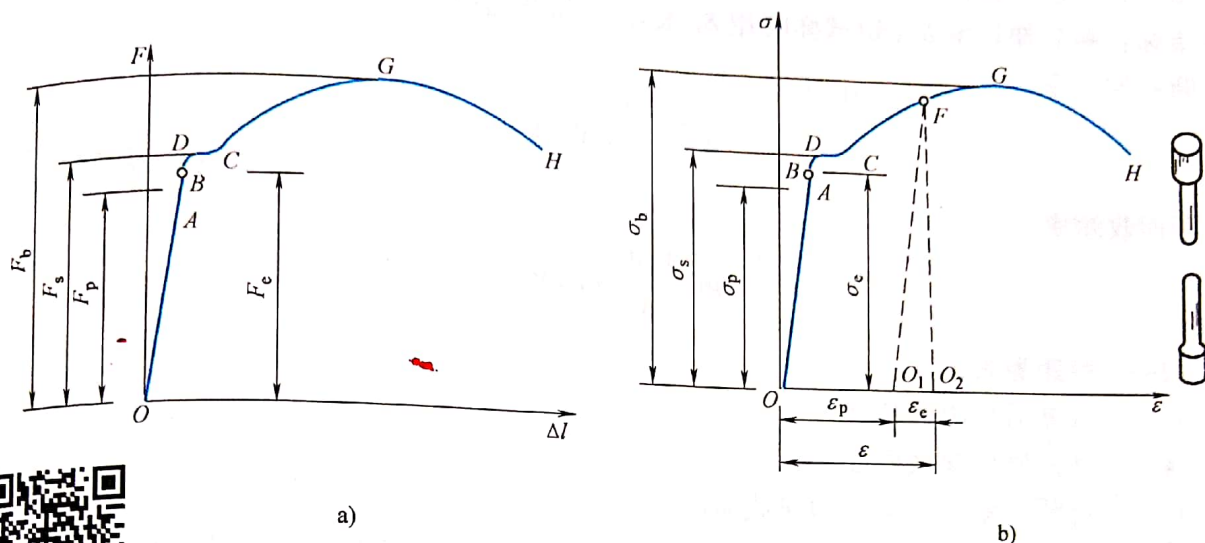


图 8-21 低碳钢拉伸特征图

a) 低碳钢试样的力-伸长曲线 b) 低碳钢拉伸应力-应变曲线

8-6 低碳钢

拉伸试验

1. 弹性阶段

在拉伸的初始阶段, σ 和 ε 的关系为直线 OA , 这表示在这一阶段内 σ 和 ε 成正比, 此直线段的斜率即材料的弹性模量 E , 直线 OA 的最高点 A 所对应的应力, 用 σ_p 表示, 称为比例极限。当应力不超过比例极限 σ_p 时, 材料服从胡克定律, 而有 $\sigma = E\varepsilon$ 。

当应力超过比例极限后, 图中的 AB 段已不是直线, 胡克定律不再适用。但当应力值不超过 B 点所对应的应力 σ_e 时, 如外力卸去, 试样的变形也随之全部消失, 这种变形为弹性变形, σ_e 称为弹性极限。比例极限和弹性极限的概念不同, 但实际上 A 点和 B 点非常接近, 工程上对两者不作严格区分。

2. 屈服阶段

当应力超过弹性极限后, 材料便开始产生不能消除的永久变形 (塑性变形), 随后在 $\sigma-\varepsilon$ 曲线上便呈现一条大致水平的锯齿形线段 DC , 即应力几乎保持不变而应变却大量增长, 标志着材料暂时失去了对变形的抵抗能力, 这种现象称为屈服。在屈服阶段内的最高应力和最低应力分别称为上屈服极限和下屈服极限。把数值比较稳定的下屈服极限称为屈服强度, 用 σ_s 表示。

屈服强度 σ_s 是衡量材料强度的重要指标。

3. 强化阶段

过了屈服阶段后, 材料又恢复了抵抗变形的能力, 要使它继续变形必须增加拉力。这种现象称为材料强化。强化阶段中最高点 G 所对应的应力, 是试件所能承受的最大应力, 称为抗拉强度, 用 σ_b 表示。在强化阶段中试件横向尺寸明显缩小。



4. 缩颈阶段

过 G 点后, 试件局部显著变细, 并形成缩颈现象。由于在缩颈部分横截面面积明显减少, 使试样继续拉长所需要的拉力也相应减少, 故在此阶段应力由最高点 G 下降到 H 点, 最后试样被拉断。

试样拉断后, 弹性变形消失, 塑性变形保留下来。根据拉断后的有关尺寸定义以下两个塑性指标: 断后伸长率 δ (短试样时用 δ_5 表示) 和断面收缩率 Ψ , 分别为

断后伸长率

$$\delta = \frac{l_1 - l}{l} \times 100\%$$

断面收缩率

$$\Psi = \frac{A - A_1}{A} \times 100\%$$

式中 l ——标距原长;

l_1 ——拉断后标距的长度;

A ——试样原始横截面面积;

A_1 ——拉断后缩颈处最小的横截面面积。

断后伸长率 $\delta \geq 5\%$ 的材料称为塑性材料, 如低碳钢、铝合金、青铜等; $\delta < 5\%$ 的材料称为脆性材料, 如铸铁、高碳钢、混凝土等。低碳钢的断后伸长率 $\delta = 20\% \sim 30\%$, 断面收缩率 $\Psi = 60\% \sim 70\%$, 是很好的塑性材料。

综上所述。当应力增大到屈服强度 σ_s 时, 材料出现明显的塑性变形; 抗拉强度 σ_b 则表示材料抵抗破坏的最大能力。故 σ_s 、 σ_b 是衡量塑性材料强度的两个重要指标。

需要指出的是, 材料的塑性与脆性不是固定不变的。它们随着温度、变形速度、受力状态等条件而变化。例如常温条件下的某些塑性材料, 在低温时会发生脆性断裂。

实验表明, 如果将试样拉伸到超过屈服强度值后任意一点, 如图 8-21b 中的 F 点, 然后缓慢卸载。这时发现卸载过程中试样的应力和应变保持直线关系, 沿着与 OA 几乎平行的直线 FO_1 返回到 O_1 点, 而不是沿着原来的加载曲线回到 O 点。 OO_1 是试样残留下来的塑性变形 ε_p , 称为残余应变, 而 O_1O_2 表示消失的弹性变形 ε_e 。如果卸载后接着重新加载, 则试样的 σ - ε 曲线将基本上沿着卸载时的直线 O_1F 升到 F 点, F 点后的曲线仍与原来的 σ - ε 曲线相同。由此可见, 将试样拉伸超过屈服强度后卸载, 然后重新加载时, 材料的比例极限明显提高, 而塑性变形减小, 这种现象称为冷作硬化。工程中常用冷作硬化提高某些构件的承载能力, 例如对起重机的钢丝采用冷拔工艺, 对某些型钢采用冷轧工艺均可收到这种效果。如果要消除冷作硬化, 可经过退火处理。

[例 8-12] 一根材料为 Q235 钢的拉伸试件, 其直径 $d = 10\text{mm}$, 标距 $l = 100\text{mm}$ 。当试验机上载荷读数达到 $F = 10\text{kN}$ 时, 量得标距范围内的伸长量 $\Delta l = 0.0607\text{mm}$, 直径的缩小量 $\Delta d = -0.0017\text{mm}$ 。试求出材料的弹性模量 E 和泊松比 μ 。已知 Q235 钢的比例极限为 $\sigma_p = 200\text{MPa}$ 。

解: $F = 10\text{kN}$ 时, 试件横截面上的正应力

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{10 \times 10^3}{\frac{\pi \times (10 \times 10^{-4})^2}{4}} \text{Pa} = 128 \times 10^6 \text{Pa} = 128 \text{MPa}$$



其值低于材料的比例极限, 故可由题给相应数据计算弹性模量 E 和泊松比 μ 。试件的纵向应变 ε 和横向线应变 ε' 的值分别为

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} = \frac{0.0607}{100} = 6.07 \times 10^{-4}, \varepsilon' = \frac{\Delta d}{d} = \frac{-0.0017}{10} = -1.7 \times 10^{-4}$$

根据已算得的 σ 和相应的 ε 有

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon} = \frac{128}{6.07 \times 10^{-4}} \text{ MPa} = 2.1 \times 10^5 \text{ MPa}$$

根据已算得的 ε 和 ε' 有

$$\mu = \left| \frac{\varepsilon'}{\varepsilon} \right| = \left| \frac{-1.7 \times 10^{-4}}{6.07 \times 10^{-4}} \right| = 0.28$$

二、其他塑性材料在拉伸时的力学性能

其他金属材料的拉伸试验和低碳钢拉伸试验方法相同, 但材料所显示出来的力学性能有差异。图 8-22 给出了锰钢、硬铝、退火球墨铸铁和 45 钢的 σ - ε 曲线, 这些都是塑性材料。但前三种材料没有明显的屈服阶段, 对于没有明显屈服极限的塑性材料, 工程上规定, 取对应于试样产生 0.2% 的塑性应变时的应力值为材料的屈服强度, 以 $\sigma_{0.2}$ 表示。在图 8-23 的 σ - ε 曲线上, 沿横坐标量出塑性应变 $\varepsilon = 0.2\%$ 的点, 自该点作与弹性阶段平行的直线, 平行直线交于 σ - ε 曲线的点对应的应力为 $\sigma_{0.2}$ 。

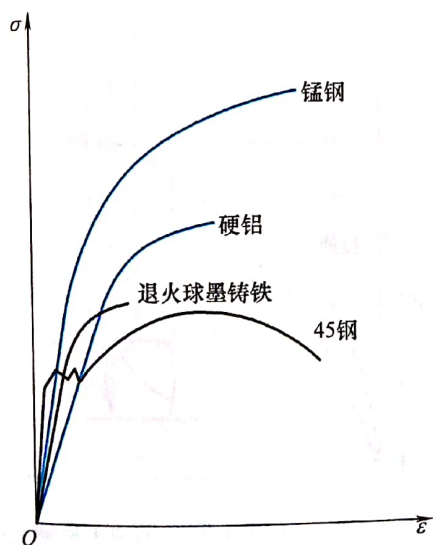


图 8-22 几种材料拉伸时的 σ - ε 曲线

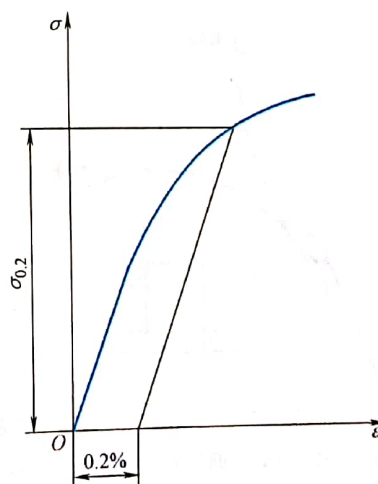


图 8-23 $\sigma_{0.2}$ 的确定

三、脆性材料在拉伸时的力学性能

图 8-24 所示为灰铸铁拉伸时的 σ - ε 曲线。由图可见, 曲线没有明显的直线部分, 既无屈服阶段, 也无缩颈现象; 断裂时应变通常只有 0.4%~0.5%, 断口垂直于试样轴线。因铸铁构件在实际使用的应力范围内, 其 σ - ε 曲线的曲率很小, 实际计算时常近似地以图 8-24 中的虚直线代替, 即认为应力和应变近似地满足胡克定律。



铸铁的断后伸长率通常只有 $0.5\% \sim 0.6\%$ ，是典型的脆性材料。抗拉强度 σ_b 是脆性材料唯一的强度指标。

四、材料压缩时的力学性能

金属材料的压缩试样，一般做成短圆柱体。为避免压弯，其高度为直径的 $1.5 \sim 3$ 倍；非金属材料，如水泥等，常用立方体形状的试样。

图 8-25 所示为低碳钢压缩时的 σ - ε 曲线，虚线代表拉伸时的 σ - ε 曲线。可以看出，在弹性阶段和屈服阶段两曲线是重合的。这表明，低碳钢在压缩时的比例极限 σ_p 、弹性极限 σ_e 、弹性模量 E 和屈服极限 σ_s 等都与拉伸时基本相同。进入强化阶段后，两曲线逐渐分离，压缩曲线上升。由于应力超过屈服极限后，试样被越压越扁，横截面面积不断增大，因此一般无法测出低碳钢材料的抗压强度极限。对塑性材料一般不做压缩试验。

铸铁压缩时的 σ - ε 曲线如图 8-26 所示，虚线为拉伸时的 σ - ε 曲线。可以看出，铸铁压缩时的 σ - ε 曲线也没有直线部分，因此压缩时也只是近似地满足胡克定律。铸铁压缩时的抗压强度比抗拉强度高出 $4 \sim 5$ 倍，塑性变形也较拉伸时明显增加，其破坏形式为沿 45° 左右的斜面剪断，说明试件沿最大切应力面发生错动而被剪断。对于其他脆性材料，如硅石、水泥等，其抗压能力也显著地高于抗拉能力。一般脆性材料价格较便宜，因此工程上常用脆性材料做承压构件。

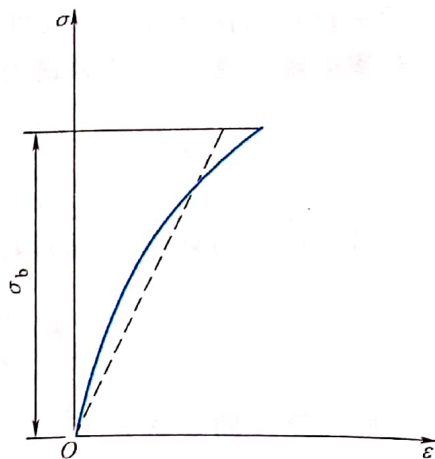


图 8-24 灰铸铁拉伸时的 σ - ε 曲线

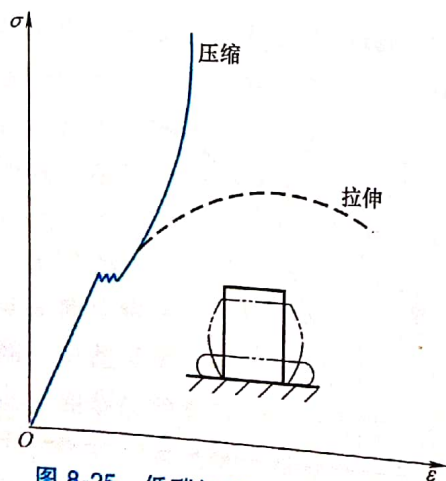


图 8-25 低碳钢压缩时的 σ - ε 曲线

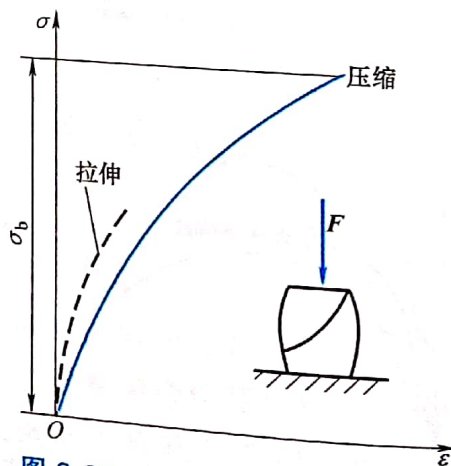


图 8-26 铸铁压缩时的 σ - ε 曲线

第五节 简单的拉压超静定问题

一、超静定的概念

在静力学中，当未知力的个数未超过独立平衡方程的数目时，则由平衡方程可求解全部未知力，这类问题称为静定问题，相应的结构即为静定结构。

